

IMPEDANCIA

Tutorial por Jorge Márquez Flores – CCADET-UNAM 2015

Tabla de contenido temático

[Impedancia de un circuito eléctrico](#)

[IMPEDANCIA GENERALIZADA](#)

[Impedancia de entrada \$Z_{in}\$ e Impedancia de salida \$Z_{out}\$](#)

[Potencia](#) [Compromisos](#)

[Conversiones de Energía: Transformación y Transducción](#)

♣ [Otras Conversiones que Afectan...](#)

♣ [Introduciendo o controlando impedancias...](#)

[¿Cómo se interconectan dos sistemas o dispositivos...?](#)

[Acoplamiento de impedancias I](#)

[Formas de impedancia](#)

[Tabla I. Variables Equivalentes en Sistemas Diferentes](#)

[Tabla II. Elementos que almacenan, portan o disipan energía](#)

[Tabla III. Variables de Esfuerzo, de Flujo e Impedancias](#)

[Tabla IV. Potencia e Impedancias en Sistemas Análogos](#)

♣ [Tabla I-bis. Circuitos Análogos \(analogías en acción física\)](#)

[Formas de disipación y almacenamiento de energía...](#)

[Acoplamiento de Impedancias II](#)

♣ [Transferencia de Potencia AC](#)

[Otras recomendaciones y estrategias para acoplar...](#)

Impedancia de un circuito eléctrico:

Oposición combinada de elementos del circuito al paso de corriente.

Para voltajes en circuitos DC: $Z \equiv R$. No depende de las frecuencias y fases presentes en la señal de entrada, es igual a la resistencia neta de todo el circuito.

→ Pérdida y disipación de energía (o potencia = dE/dt), principalmente en forma de calor y ruido térmico (fluctuación de voltaje).

Para AC: Depende de las frecuencias y fases presentes en la señal de entrada:

Reactancia X , $Z^2 = R^2 + X^2$, impedancia compleja: $Z = R + jX$.

→ Además de disipación, hay almacenamiento de energía (en capacitancias), transformación de campo eléctrico \mathbf{E} en campo magnético \mathbf{B} (en inductancias) y almacenamiento en magnetización (en dieléctricos y ferromagnéticos), también puede haber transformación (más en general, *transducción*) en energía cinética (efecto cinético por inducción, motores y generadores de dínamo), carga eléctrica (en capacitores), energía potencial (en resortes), electroquímica, etc.

Nota: $\arctan(X/R)$ indica la diferencia en fase entre voltaje y corriente.

IMPEDANCIA GENERALIZADA (cualquier forma de energía):

Oposición de elementos en un sistema a un flujo \mathcal{F} , o a una diferencia (cambios) de potencial generalizado o esfuerzo \mathcal{E} (cambio cuantitativo en el sistema, debido a un gradiente). Se define matemáticamente como:

$$\mathbf{Z} = \frac{\text{variable de esfuerzo}}{\text{variable de flujo}} = \mathcal{E} / \mathcal{F} \quad (1)$$

Dado un esfuerzo \mathcal{E} , se obtiene mayor flujo \mathcal{F} si la impedancia \mathbf{Z} disminuye. Conversamente, la ecuación anterior también indica que es posible definir impedancia como la *facilidad de elementos en un sistema a responder a un esfuerzo \mathcal{E}* (dado un flujo \mathcal{F} se requiere de un mayor esfuerzo \mathcal{E} si \mathbf{Z} aumenta).

► Las variables de esfuerzo también se denominan *variables transversales* (*across variables*) o *de-un-lado-a-otro* y suelen medirse en paralelo (diferencia de mediciones entre nodos o extremos de un elemento); las variables de flujo también se denominan *variables de tránsito* (*through variables*), *axiales* o *de a-través-de*, y suelen medirse en serie, a través de un elemento.

Nota: no sólo \mathbf{Z} es en general compleja; puede ser vectorial, un *cuaternio*, matriz, tensor u otras entidades matemáticas, dependiendo del modelo del sistema y los acoplamientos entre flujos y esfuerzos presentes y de su representación matemática.

Ejercicio: ¿Cómo escribe una relación entre \mathcal{E} , \mathcal{F} y \mathbf{Z} si \mathcal{F} es vector y \mathbf{Z} matriz?

Ejemplos de variables de esfuerzo o potencial \mathcal{E} : voltaje (o tensión), fuerza, presión acústica (sonido), temperatura. \mathcal{E} se conoce como *fuerza generalizada*.

Ejemplos de variables de flujo \mathcal{F} respectivas: corriente, velocidad, velocidad volumétrica (flujo de aire o medio acústico), flujo calorífico. A veces \mathcal{F} se conoce como *velocidad generalizada*. Para más ejemplos de parejas \mathcal{F} - \mathcal{E} , ver la [Tabla III](#).

► **Nota:** Dependiendo cómo se aplique y de la configuración del sistema de referencia, hay casos en que una fuerza resulta ser variable de flujo y una posición o velocidad (u otras variables) resultan ser variables de esfuerzo.

♣ **Nota:** Si ambas cantidades se miden en un mismo punto, al mismo tiempo, la impedancia es referida como *impedancia de punto de paso* (*driving point impedance*) si no, se denomina *impedancia de transferencia*.

♣ **Ejercicio:** (A) El tiempo y la luz son mensurandos tipo \mathcal{F} ¿cuál sería su \mathcal{E} correspondiente? (B) Encuentre parejas distintas a las enlistadas en la [Tabla III](#).

En lo que sigue consideraremos sobre todo impedancias en instrumentos de medición, pero mucho de lo que presentamos puede ser mucho más general y aplicarse a todo tipo de señales y formas de energía.

Consideremos dos sistemas A y B; en instrumentación, típicamente el primero A es uno del que se desea conocer un mensurando \mathcal{E} ó \mathcal{F} y el segundo B es un instrumento que mide al mensurando. Se dice que el mensurando en A "ve" una impedancia de entrada en el instrumento B y el instrumento B a su vez "ve" una impedancia de salida del sistema A.

Impedancia de Entrada Z_{in} (en instrumentos de medición), también *impedancia de carga o interna Z_{Load}* : permite evaluar cuánto perturba un instrumento o dispositivo B (u otro sistema *en cascada*) al midiendo que se desea medir en A. En general, la Z_{in} de un sistema B afecta algo en A cuando B recibe una señal de salida de A; el efecto es en la señal pero puede ser en el mismo sistema A que ve una impedancia de carga (*load*) en Z_{in} . En sistemas en general en vez de un midiendo, puede ser un estímulo o respuesta.

Cuando el midiendo es una variable de esfuerzo \mathcal{E} , a **mayor** Z_{in} , hay **menor** perturbación (el valor medido de \mathcal{E} corresponde al valor del midiendo). Si el midiendo es una variable flujo de \mathcal{F} , se tiene la relación inversa (a menor Z_{in} , hay menor perturbación en \mathcal{F}) y conviene usar entonces la *admitancia* $Y=Z^{-1}$.

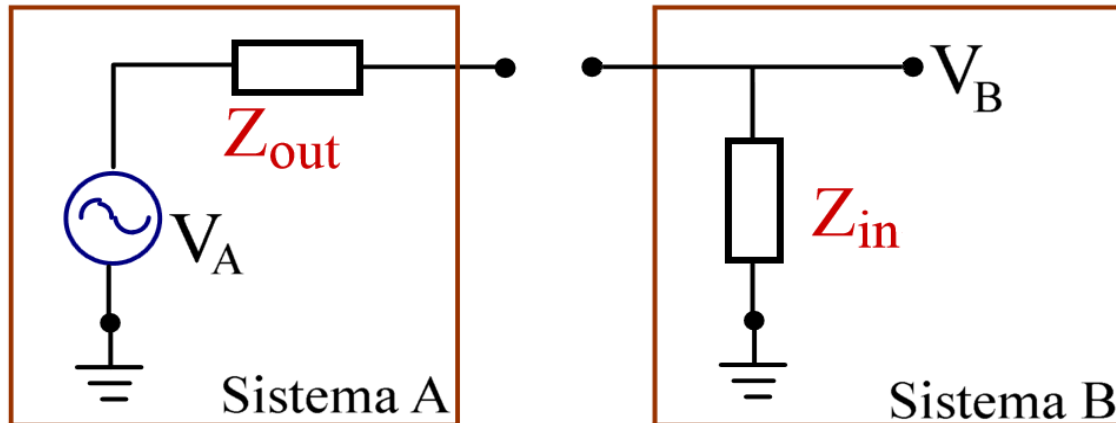
La perturbación suele consistir en **pérdida de potencia** ($-dE/dt$, con E energía), y la señal asociada al esfuerzo \mathcal{E} (midiendo) puede disminuir en magnitud (caída de voltaje, por ejemplo), pues el sensor/instrumento consume energía tomada del midiendo. En el caso general, **puede haber diversas transformaciones y conversiones de energía**. En sistemas sensibles a diferencias de frecuencia en la señal asociada a \mathcal{E} , tales cambios **dependen de las frecuencias en la señal**.

Para detalles sobre la impedancia de entrada, ver http://en.wikipedia.org/wiki/Input_impedance.

Impedancia de Salida Z_{out} , también *impedancia Z_{src} de la fuente o interna*: permite evaluar el grado en que a un midiendo del sistema A lo perturba el sistema mismo, independientemente del instrumento de medición (o sistema B al que se conecta). Se modela como una impedancia en serie a una fuente ideal de una variable \mathcal{E} ; a más pequeña impedancia Z_{out} , menor será la carga sobre el midiendo y "se caerá" menos \mathcal{E} debido a la impedancia Z_{in} del instrumento de medición.

Para más detalles sobre impedancia de salida, ver http://en.wikipedia.org/wiki/Output_impedance.

La [figura 1](#) ilustra la situación y modelos de ambas impedancias para variables de esfuerzo.



► **Figura 1.** Dos sistemas A y B se conectan en cascada. \mathcal{E} (aquí un potencial eléctrico V_A) es perturbado por la *impedancia fuente, interna o de salida* Z_{out} en el sistema A y por la *impedancia de carga o de entrada* Z_{in} en B. Si el objetivo es medir V_A (un mesurando complejo en el sistema A) por un instrumento B, lo ideal para que $V_B = V_A$ sería que $Z_{out}=0$ y $Z_{in}=\infty$. Si se desea maximizar la transferencia de potencia (v. g., A es un generador y B un electrodoméstico), el acoplamiento de impedancias óptimo es $Z_{in} = Z_{out}^*$. Para variables de flujo, se usa otro diagrama (la fuente sería de corriente y Z_{out} va en paralelo en A conectando a tierra, y Z_{in} está en serie con la entrada en B, sin conectar a tierra) y para (por ejemplo) medir una corriente compleja I_A la condición ideal sería la contraria: $Z_{out}=\infty$ y $Z_{in}=0$. Un mismo sistema (por ejemplo el amplificador operacional de la [Figura 2](#)) puede tener a la vez una impedancia de entrada Z_{in} y otra (independiente) de salida Z_{out} , por cada entrada y salida del sistema, y no necesariamente conecta Z_{in} a tierra.

► Las impedancias Z_{in} y Z_{out} rara vez existen de forma explícita: son el resultado y equivalente de todas las impedancias y componentes del sistema. En la [Figura 1](#) el generador de señal o fuente del sistema A tampoco existe necesariamente de forma explícita; el circuito en A se denomina en particular *circuito equivalente de Thévenin* de la salida. “A ve adelante una Z_{in} ” y “B ve atrás una Z_{out} ” son expresiones del modelo. Por ejemplo las señales de un electrocardiograma (ECG) provienen de

muchos músculos y terminales nerviosas distribuidos en la superficie del corazón y alrededores; no hay ninguna fuente *localizada* que genere el *complejo PQRS* típico de un ECG, se mide como diferencia de potencial entre dos puntos específicos del pecho y la señal *PQRS* es la superposición de diversas señales.

Potencia: Para (casi) toda variable de esfuerzo \mathcal{E} que se desea medir, existe implícita una cantidad \mathcal{F} (variable de flujo) tal que el producto ($\mathcal{E}\mathcal{F}$) tiene dimensiones de potencia P ; o sea, incluyendo (1):

$$P = \mathcal{E} \mathcal{F} = \mathcal{E}^2 / \mathcal{Z} = \mathcal{Z} \mathcal{F}^2 \quad (2)$$

♣ Ambos tipos de variables \mathcal{E}, \mathcal{F} y aquellas proporcionales se conocen como *cantidades de campo*, mientras que los productos proporcionales a $\mathcal{E}\mathcal{F}$, \mathcal{E}^2 o \mathcal{F}^2 se denominan *cantidades de potencia o de energía*. Es común que en el primer caso se tengan *amplitudes* A y en el segundo *intensidades* \mathcal{J} (en Física: *flujo de energía por unidad de área*, o bien, *potencia transferida por unidad de área*), por tanto $P \propto A^2$ y $P \propto \mathcal{J}$. En los casos de variables vectoriales se toma la norma correspondiente.

Hay sistemas donde el producto de la variable de esfuerzo característica y la correspondiente variable de flujo no es una potencia; por ejemplo en los sistemas termales la potencia es justo la *taza de flujo calorífico* Q_h y no su producto por la temperatura T . Notar que no es sólo cuestión de unidades. La [Tabla IV](#) es un sumario de las distintas analogías, y las ecuaciones de potencias e impedancias correspondientes.

Ejemplo: Si \mathcal{E} es una *emf*, o sea una diferencia de potencial o voltaje V , su variable de flujo (de electrones) asociada es la corriente $I = dq/dt$. Si la impedancia es una resistencia R (reactancia cero), la potencia disipada a través de R es:

$$P = VI = V^2/R = RI^2 \quad (3)$$

Nota: En biomedicina la potencia es la *tasa instantánea de transferencia de energía* dE/dt en la interfaz *tejido-sensor*.

Compromisos: Para minimizar P , al medir variables de esfuerzo \mathcal{E} , debemos aumentar \mathcal{Z}_{in} , minimizando por tanto la variable de flujo \mathcal{F}

(consumo), pero para poder medir \mathcal{E} , el flujo \mathcal{F} **no puede ser = 0** (notar un *efecto de apertura finita* pero en flujo). Conversamente, al medir variables de flujo \mathcal{F} , debemos entonces minimizar \mathbf{Z}_{in} .

► En la práctica se tiene un sistema A y un instrumento C a los que no es fácil modificar \mathbf{Z}_{out} ni \mathbf{Z}_{in} . Al ordenar la conexión en cascada como "C *después* de A", decimos más en general que A "ve una impedancia de entrada *después* (o adelante)" y "C ve una impedancia de salida *antes* (o atrás)". Así, podemos intercalar un tercer sistema B (v.g., un circuito de impedancias, denominado *punto de impedancias*) entre A y C, cuyas impedancia se combinan con \mathbf{Z}_{in} y/o con \mathbf{Z}_{out} para que A vea una nueva impedancia de entrada. Podemos también ver o analizar a *B-conectado-en-cascada-con-C* como el "instrumento B_2 "; o bien ver o analizar *A-conectado-en-cascada-con-B* como "el sistema A_2 ". Si por ejemplo la magnitud $\|\mathbf{Z}_{in}\|$ es demasiado grande, una impedancia en paralelo antes de C da una impedancia de entrada neta \mathbf{Z}_{in2} (en " B_2 ") de menor magnitud. También se interpreta al sistema o circuito B como uno que "aisla a A de C", pero al mismo tiempo *los acopla mejor*: es una *interfaz*.
♣ El costo, además de la necesidad de hardware adicional, es que usualmente B es un *circuito activo* (veremos, en el tema de [OpAmps](#), el *buffer* como ejemplo de B) que consume energía y puede constituir una fuente adicional de ruido.

Nota: Como las impedancias comprenden resistencia y reactancia, en electrónica hay dependencias de las capacitancias, inductancias y de los espectros de frecuencia y fases en las señales. Por lo mismo, hay *acoplamiento capacitivo* e *inductivo*, aunque a veces este término también puede referirse a valores que causan atenuación, resonancias o *eventos de señal* en la respuesta del sistema. En otros sistemas, hay análogos de elementos de la parte imaginaria y real de las \mathbf{Z} .

♣ Notar paralelismos con el *principio de incertidumbre*: una alta precisión al medir un intervalo de frecuencias ω , es a costa de la precisión en medir el intervalo de períodos correspondiente: $\Delta\omega \Delta T \geq 2\pi$. Para poder hablar de una interacción mínima entre dos sistemas A, B (por ejemplo una medición con cierta exactitud mínima) el producto $\Delta\mathcal{E} \Delta\mathcal{F}$ debe ser mayor a una constante determinada por la *interacción mínima necesaria* (v.g. para satisfacer una exactitud y precisión requeridas o aceptables y la física de los sistemas A, B).

Nota: Las pérdidas de potencia (y disminución del flujo) en general se deben a las transformaciones de energía mencionadas en los elementos que presentan impedancia: hay disipación de energía por calor en una resistencia, o por fricción, vibraciones, sonido, emisión de ondas electromagnéticas, etc.

Nota: Las impedancias biológicas (su Z_{out} de salida o de fuente (*source*)) no suelen conocerse; en todo caso son variables, dependen de muchos factores y son difíciles de medir y controlar. El diseño de un instrumento por tanto se enfoca en maximizar la impedancia de entrada Z_{in} del sensor o amplificador para medir variables \mathcal{E} .

Nota: Como la potencia P es la tasa instantánea de energía E (transferida, pero puede ser almacenada, disipada, etc.) por unidad de tiempo, o sea $P(t) = dE/dt$, de la ecuación (2) se sigue que la energía E (almacenada, transferida, disipada, absorbida, consumida, transformada o transducida, etc.) asociada a \mathcal{E} , \mathbf{Z} y \mathcal{F} es:

$$E = \int_0^t P dt = \int_0^t \mathcal{E} \mathcal{F} dt = \int_0^t \mathcal{E}^2 \mathbf{Z}^{-1} dt = \int_0^t \mathbf{Z} \mathcal{F}^2 dt \quad (4)$$

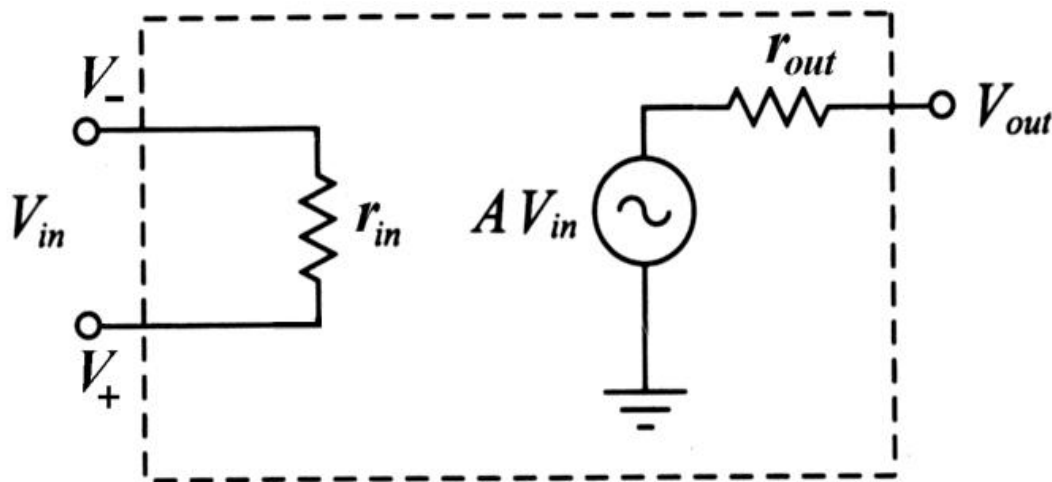


Figura 2. Circuito equivalente (modelo) de un *amplificador operacional* (OpAmp). La circuitería real es más compleja; contiene transistores y elementos de estado sólido. El diagrama es un modelo de cómo se comporta el OpAmp de forma ideal; cómo “es visto” desde fuera (modelo de “caja negra”). Se combinan, a su izquierda, el “sistema B” y a la derecha el “sistema A” de la [Figura 1](#): el OpAmp presenta a su entrada (y a cualquier etapa anterior) una impedancia real de entrada o interna r_{in} muy grande (idealmente infinita) y a la salida (y a cualquier etapa posterior) una impedancia real de fuente o de salida r_{out} muy pequeña (idealmente cero). El aislamiento entre V_{in} y V_{out} también es virtual, así como el generador de *emf*; junto con r_{out} es el circuito equivalente de salida de la electrónica interna. Diversas componentes, otros OpAmps y dispositivos (algunos con impedancias

complejas) se pueden conectar externamente y combinarse para crear nuevos circuitos con sus propias impedancias Z_{in} y Z_{out} . Ver el tema de [Amplificadores Operacionales](#).

► **Nota:** La definición de impedancia como una *oposición* tiene una connotación un tanto negativa y no informa del hecho que las impedancias se deben u ocasionan [conversiones de energía](#) importantes, a veces deseables y que suelen ser el objetivo de varios instrumentos. Las componentes que constituyen impedancias también manejan, transforman y almacenan energía, modifican flujos y esfuerzos y forman parte integral de las funciones y características de un instrumento o sistema. Los sensores y actuadores también se relacionan con flujos, esfuerzos e impedancias, a través de conversiones de energía. Finalmente, como hemos visto en el capítulo de [características dinámicas](#), las ODEs se formulan y resuelven identificando las diversas impedancias y conociendo cómo están interconectadas. De hecho las impedancias son el mejor ejemplo de fasores, con los cuáles se formulan y resuelven las ODEs de instrumentos y sistemas orden mayor a cero. Si bien, suele ser deseable reducir una impedancia o acoplar impedancias, su existencia es consecuencia de las características y limitaciones intrínsecas de todo sistema, como debe ser claro de los compromisos que implica la definición matemática (1).

♣ **Nota:** En sistemas acoplados y de cierta complejidad (no lineales, por ejemplo), la relación entre las variables de esfuerzo y de flujo presentes puede dar lugar a funciones implícitas de las impedancias, de modo que no es posible escribir en forma explícita la ecuación (1). Esto no impide que se pueda resolver para cualquier variable, por ejemplo mediante métodos numéricos iterativos (como se resuelve por ejemplo x en la ecuación $x = \cos x$).

Fin§ ► [Indice](#)

Conversiones de Energía: *Transformación y Transducción*

Las impedancias, flujos y esfuerzos en un sistema cambian de acuerdo a distintas conversiones de energía, con las cuales guardan relaciones importantes. Pueden existir conversiones entre formas de energía de un mismo tipo, o sea **transformaciones** (recordar las *máquinas simples* y los *principios mecánicos*; un ejemplo: movimiento lineal en angular, oscilatorio en lineal, engranajes, palancas, etc.), o conversiones entre formas de energía de diferentes tipos, o sea **transducciones** implícitas o explícitas, mediante un dispositivo o elemento transductor y un *efecto transductor*, que convierten por ejemplo resistencia en calor, energía cinética en potencial, campo eléctrico en magnético, vibraciones en ruido electromagnético, calor en presión neumática, esta en desplazamiento, movimiento en campo EM, luz en diferencia de potencial eléctrico (efecto fotoeléctrico y efecto fotovoltaico), etc., **existiendo a veces almacenamiento de energía** (debido a la conversión), que se puede liberar o recuperar parcialmente. Por ejemplo, un capacitor se carga si se aplica un voltaje AC y se va descargando, pero si se abre el circuito, la carga queda almacenada. Un resorte o elástico comprimido o tensado almacena energía potencial, recuperable como energía cinética.

► Aparte de pérdidas, las señales en el sistema son contaminadas por un ruido que es efecto colateral de las distintas transformaciones y conversiones de energía, que pueden reintegrarse o filtrarse al sistema, afectando la señal de entrada o a otras señales (por ejemplo, cualquier diferencia de potencial entre cualesquiera dos puntos).

Varias conversiones diferentes pueden ocurrir en forma natural en un sistema, constituyendo fugas (disipación de energía) en un subsistema que intenta realizar una transferencia de potencia (un flujo). Si se desean evitar o minimizar, es necesario identificar cada elemento, para minimizar tales pérdidas y que las impedancias permitan la máxima transferencia de potencia (usualmente flujo máximo), o alguna otra optimización en tal sistema (*fidelidad* de audio, por ejemplo). *Ver ejemplo de la caída de agua que se desea entubar para aprovecharla en una turbina hidroeléctrica.*

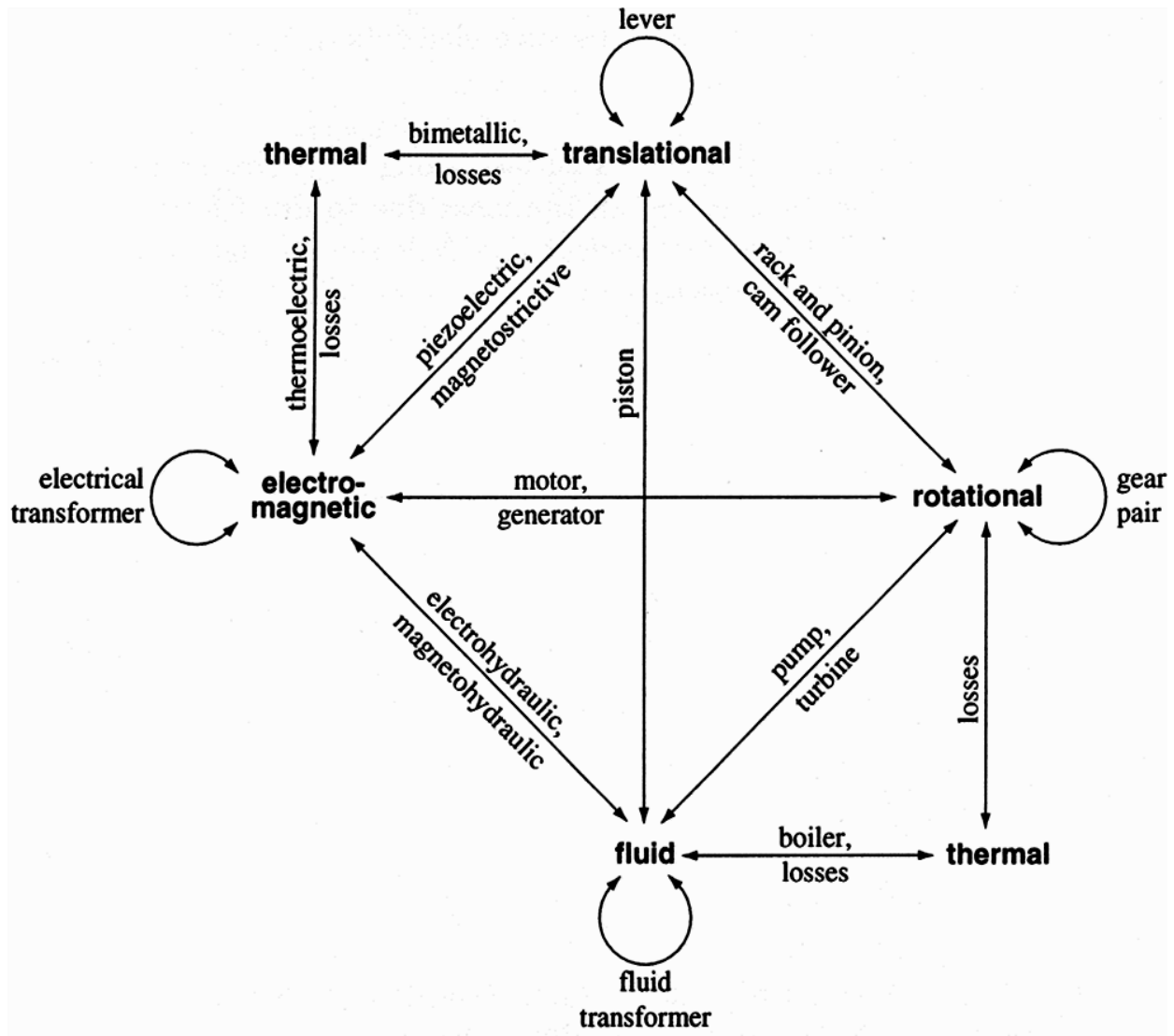


Figura 3. Transformaciones de energía (conversiones entre un mismo tipo de energía entre semicírculos) y **transducciones** (conversiones entre diferentes tipos de energía entre flechas). Se muestran algunos dominios de energía en los vértices del diagrama. Por claridad la energía termal se muestra dos veces. Los transformadores son representados por semicírculos con flechas y los transductores son representados como líneas rectas con flechas. Tales conversiones constituyen componentes de impedancia, respecto a un tipo de energía de entrada al sistema. El esquema sólo muestra cuatro formas diferentes de energía; hay muchas más.

Muchas conversiones de energía, en particular las transducciones, ocurren en *sistemas acoplados*. Cuando estos son mixtos convierten flujos y esfuerzos de un tipo en otros; v. g.: sistemas electromecánicos

(por ejemplo electricidad en movimiento y viceversa), optoelectrónicos, fotoacústicos, electrocústicos, fotoquímicos, termoquímicos, hidromecánicos, termomecánicos (por dilatación, por ejemplo), etc.

Hay transformaciones de energía que son de tipo oscilatorio, es decir que cambian alternativamente entre dos formas: un péndulo de resorte puede subir y bajar (puro resorte), oscilar (vaivén pendular), presentar oscilaciones de torsión (girar sobre su propio eje de un lado a otro), girar con un ángulo que depende de la velocidad angular, o bien, combinaciones de las anteriores. Todos son *modos de oscilación*.

Una canica puede oscilar en una cavidad, convirtiendo energía potencial en energía cinética y viceversa. En un circuito *RLS* sub-amortiguado el campo electromagnético oscila entre pura componente eléctrica (capacitor) y pura componente magnética (inductor). Virtualmente todos los sistemas tienen diversos *modos de variación* en los cuáles pueden haber conversiones de energía; usualmente habrá una mayor disipación cuando predominan modos oscilatorios.

Finalmente, los resortes, capacitancias, resistencias, amortiguadores, fricción, etc., pueden ser *implícitos*, resultado neto del acoplamiento entre componentes muy diversas y resultan ser más bien elementos ideales en un modelo: un puente colgante se modela como un sistema de elementos infinitamente rígidos acoplados con resortes y amortiguadores que en la realidad no existen *per se*, están repartidos en la estructura; son características intrínsecas de las vigas reales y otros elementos.

Nota: Recordemos que en general la impedancia no sólo depende de la magnitud de la variable de entrada, sino de los cambios y frecuencias presentes en la misma; la salida puede presentar cambios de amplitud, de corrimientos de fase y del espectro de frecuencias que dependen de la magnitud, fase y frecuencia de entrada. En sistemas de múltiples entradas, la impedancia puede ser vectorial o matricial, además de tener componentes complejas.

Ejercicio: Al inicio de esta sección recordamos que la **impedancia de un circuito eléctrico** se define como la *Oposición combinada de elementos del circuito al paso*

de corriente. Dada la dualidad entre variables de flujo y de esfuerzo, la impedancia también se definió en términos de cambios en un *variable de esfuerzo* (diferencia de potencial generalizado). Usando las ecuaciones (1), (2) y la ley de Ohm generalizada a variable compleja, que relaciona voltajes, corrientes e impedancias, formule y compruebe una definición alternativa y equivalente a la impedancia de un circuito eléctrico, en términos de la respectiva variable de esfuerzo.

Fin§ [**►Indice**](#)

♣ Otras Conversiones que Afectan a las Conversiones de Energía y a las Impedancias en un Sistema.

En uno o varios sistemas en [cascada](#), los flujos (velocidades generalizadas, cambios de posición, de estado, configuración, cantidad) y esfuerzos (fuerzas generalizadas) se refieren a materia o energía en interacción. Hablamos de "sistemas en cascada" pues la instrumentación y los modelos sobre sistemas dinámicos comienzan por estudiar las interacciones entre dos "bloques" A, B, que pueden ser cada uno un sistema en general, un dispositivo o un instrumento. Las interacciones pueden consistir en medir un mesurando en A mediante B, controlar, modificar o procesar A a B, etc. Lo anterior depende de las impedancias de salida y de entrada en A y en B. Aquello que fluye y/o sufre el efecto de un esfuerzo puede sufrir conversiones que alteran su naturaleza las interacciones y todo el proceso. Hemos visto [conversiones de energía](#) pero también hay *conversiones de la materia o de medios*; estas pueden ser *cambios de fase* (líquido, sólido, gaseoso, etc.), de estado, de forma (equivalente a transformaciones mecánicas), integridad (el objeto se fragmenta o pulveriza), cambios químicos (equivalente a la transducción entre formas de energía) o de otras características que requieren cambiar el modelo (cambia la viscosidad, elasticidad, la rugosidad o textura, etc.), pues las impedancias cambian. Aunque exista conservación (global) de energía y de materia, así como de otras propiedades físicas (cantidad de movimiento lineal o angular, carga eléctrica, etc.), las interacciones entre A, B (o los mismos A y B) pueden cambiar y ya no corresponder al modelo previo al cambio en cuestión.

Un bloque de hielo en movimiento y que va colisionando en un medio es modelado por ecuaciones mecánicas, tribología, y quizás transporte de masa; si se derrite, entonces las variables de flujo y esfuerzo pasan al dominio hidráulico, y si se evapora, las variables importantes combinan neumáticas (presión, ondas) y térmicas; si se ioniza y se convierte en un plasma, el dominio es *electromagnetotermohidrodinámico*. En cada caso las impedancias del sistema cambian pues lo que fluye es más o menos susceptible a fuerzas diferentes de las originales. Como en el caso de las

conversiones de energía, puede haber *modos de variación* y de oscilación, o ciclos entre varios estados, e inclusive en la composición química, siempre que haya un balance de energía adecuado, dado que las transformaciones pueden ir disipando o absorbiendo energía en cada oscilación.

Existe la conversión o equivalencia $E=mc^2$, usada en cálculos de procesos nucleares, fisión y en astrofísica. Aún si no hay conversión explícita, sirve como equivalencia teórica para comparar balances de energía. Notar que con $F=c$ y $Z=m/t$, la ecuación (4) coincide con la famosa equivalencia materia-energía (**por verificar**). Finalmente, notar la forma de la energía potencial de diversos sistemas, en la [Tabla II](#); los términos m_1m_2 ó q_1q_2 se modelan como la participación de dos variables de flujo independientes F_1 y F_2 de modo que el término F^2 equivale a F_1F_2 . También E^2 , F y E a su vez pueden ser compuestos.

► **Observación:** Actualmente todavía hay más experiencia en el entendimiento, formulación y modelado de impedancias y circuitos eléctricos y mecánicos que en otras disciplinas (o sea, donde se estudian otras formas de energía); también abundan más ingenieros y científicos en las primeras dos áreas, además de la mayor abundancia de sistemas electrónicos y mecánicos, aunque en las últimas décadas los primeros han desplazado con ciertas ventajas a los segundos. Es por estas razones y algunas otras (costos, tendencias comerciales, dificultad teórica, etc.) que en tales sistemas e inclusive en los propios sistemas mecánicos muchos ingenieros y científicos usan los circuitos eléctricos analógicos como modelos y representan los elementos que almacenan energía como la capacitancia mecánica (elasticidad, resortes), calorífica, hidráulica, acústica, etc. por un capacitor C ; los elementos que disipan energía por resistencias R , etc. Otra justificación es que un circuito electrónico analógico puede simular, con mayor facilidad y precisión que uno mecánico, sistemas de orden N y no-lineales; son por lo mismo útiles para *resolver* ecuaciones diferenciales e integro-diferenciales. En casi todos los casos hoy día han sido reemplazados por sus equivalentes digitales en simulaciones computacionales.

Fin§ [►Indice](#)

♣ Introduciendo o controlando impedancias para crear o fomentar una oposición/admitancia y redirigir energía.

Hablamos en secciones anteriores de medir señales (mesurandos), e implicamos que la magnitud del flujo debe presentar una *tasa señal a ruido* SNR elevada, tanto para su medición *per se* (impedancia de entrada alta) como para no alterarla al afectar la fuente (impedancia de salida baja), además de seguir o medir fielmente las variaciones de la señal. Sin embargo, en un sistema de control, entre otros posibles, la señal va a un actuador (o es la salida de un actuador). En otros casos, es más bien el flujo mismo lo importante, independientemente de la información que contenga (v. g., un flujo de partículas, de objetos, luz, etc., sin producir calor o gastando la menor energía posible, etc.). En otras palabras, el concepto de impedancia y sus características (magnitud, fase y dependencia de frecuencias), tienen pertinencia en gran variedad de situaciones donde se requiere una óptima transferencia de potencia o de cualquier otra cantidad (masa), contenga o no información (su pura presencia *es* información).

Conversamente, puede desearse *no transmitir* absolutamente, o atenuar la transmisión de potencia, masa o información; tal caso podría parecer trivial (un muro que no deja pasar nada, u otra forma de aislamiento, una pelota muy elástica o un espejo casi perfecto), pero el sistema puede tener intrínsecamente *fugas* o *filtraciones* (se escapa o entra energía, un flujo o información), o bien absorbe y disipa siempre una fracción mínima de energía. Se introduce y se manipula una impedancia para evitar, controlar o desviar tales efectos.

Ejemplo: Para que una cámara de video haga un barrido, en la dirección Z, en la platina de un microscopio, se usa un dispositivo piezoeléctrico, que hace vibrar unas micras (o menos) a la cámara. El problema de las vibraciones mecánicas, es que se propagan a la platina misma y a la muestra a observar. Si hay modos de vibración en el arreglo que coincidan con la frecuencia del piezoeléctrico, el sistema entero puede encima entrar en resonancia. Es necesario entonces un *desacoplamiento mecánico* entre la cámara y la platina. Se logra interponiendo una

alta impedancia mecánica (de hecho ***inercial***) entre ambas, que absorbe y amortigua las vibraciones. Con dicha impedancia, en un soporte a una mesa con una masa muy grande comparada al transductor, sólo vibra lo que es libre de hacerlo, minimizando la transmisión no deseada a otras componentes.

En forma similar, hay situaciones en que se desea evitar un ***feedback positivo*** (que causa resonancias u otros efectos no deseados) entre otros fenómenos. Para ello se introducen impedancias que impiden, desvían, atenúan o controlan un flujo (v. g., absorbiéndolo, o retardándolo, para que, digamos, interfiera de manera destructiva, como en los audífonos con reducción activa de ruido). Por conservación de energía, tal impedancia implica ya sea una transformación (cambio de dirección, o de energía cinética a potencial, etc.) o bien una conversión a otra forma de energía (transducción), que puede ser a calor, deformaciones, erosión, sonido, etc. Un automóvil que no sufra deformaciones en un impacto resulta mucho más mortal a sus pasajeros que uno que se deforme mucho o se desintegre, pero absorbiendo un porcentaje importante del impacto durante tal proceso. El colchón de aire no evita un impacto, sino que por *efecto de rampa* lo distribuye en tiempo y en área (impulso = fuerza $\times \Delta t$ y presión = fuerza/área).

Por último, es posible desear encausar o desviar la disipación o transferencia de energía; redirigir vibraciones o calor para que se disipen reduciendo sus efectos, o repartir eficazmente una carga o esfuerzo a toda una estructura. Tal vez no es posible evitar algún modo de oscilación de un sistema, pero es quizás posible modificarlo, sincronizarlo para evitar resonancias, transferencias u otros eventos relacionados con la frecuencia de oscilación.

En resumen, son (o causan) impedancias aquellos elementos que:

- Disipan energía: resistencia, fricción, emisión, reflexión (puede ser efecto de acción/reacción, 2a. Ley de Newton, colisiones elásticas), o desviación (refracción y difracción en el caso de la luz y ondas en general).
- Absorben o convierten energía de una forma externa a otra interna (por ejemplo colisiones inelásticas).

- Almacenan, acumulan transportan, transfieren, liberan o convierten energía de una forma interna a otra externa (o almacenan como oscilación energía potencial en energía cinética o equivalente; resortes, capacitores, inductancias, depósitos, masas en movimiento). La energía es en variables de esfuerzo o de flujo.

Entre las admitancias se pueden incluir generadores o fuentes de energía. Los [filtros activos](#) son un ejemplo. En general no hay impedancias o admitancias puras y en ciertas formulaciones pueden presentarse multiplicadas por factores que cambian las dimensiones, pero cuya forma corresponde mejor con una formulación matemática o la forma canónica de algún modelo.

Fin§ [►Indice](#)

¿Cómo se interconectan dos sistemas o dispositivos o inclusive dos componentes internos?

Hay muchas formas de interacción entre componentes, instrumentos, sistemas, etc. En secciones y temas anteriores hemos usado diagramas donde aparecen cajas y flechas que entran y salen. Las flechas indican fuente (origen) y destino de un flujo, señal o información. La conexión generalmente constituye una *interfaz* y presenta por tanto los fenómenos de *apertura finita* (temporal, espacial, de frecuencia (banda), de energía, de flujo, etc.). Los conectores son muy variados; pueden ser *junturas* o *juntas*, articulaciones, dispositivos, o materiales especiales, superficies unidas mediante una tercera (por ejemplo, películas), etc. Todo depende de los medios que se interconectan y de las impedancias involucradas. También se llaman *acoplamientos* y este término también tiene el sentido de “acoplar impedancias”, sea para poder efectuar una medición sin perturbar demasiado al mesurando ni al propio sistema (conectores tales que minimice la impedancia de salida del sistema A y maximice la de entrada del sistema B, en la [Figura 1](#)), o bien para maximizar la transferencia de energía, información, materia, etc., o todo lo contrario: en un espejo se busca la reflexión total, en un sistema que oscile, se busca minimizar la disipación, etc. Una interfaz *activa* o *inteligente* interviene, utilizando energía externa para compensar pérdidas en el propio acoplamiento y mejorar las impedancias involucradas. En otros casos se busca minimizar el ruido o las distorsiones, o existe algún otro criterio de optimización, como ya se ha mencionado. Para hacerlo veremos a continuación un segundo criterio de acoplamiento.

Fin§ [►Índice](#)

Acoplamiento de impedancias I (*impedance matching*).

(Ver ejemplo del [calefactor y su resistencia de carga](#))

El *acoplamiento de impedancias* consiste en definir los valores óptimos o la relación de los valores de las impedancias de entrada de un sistema A y la de salida de un sistema B con algún objetivo en mente, respecto a las variables de esfuerzo y/o de flujo que intervienen al conectar A y B. Ya vimos el "Objetivo 1", de acceder a un mesurando: si es de tipo \mathcal{E} se busca minimizar Z_{out} de A y maximizar Z_{in} de B). Aquí enunciamos el:

Objetivo 2: *Maximizar transferencia de energía (potencia)*, minimizar pérdidas por absorción, disipación, reflexión (al medir un flujo), etc. (Efectos posibles de reflexión: **resonancias**). Acoplamiento óptimo:

$$\text{Impedancia } Z_{load} \text{ de carga} = \text{Impedancia } Z_{src}^* \text{ interna (fuente).}$$

Notar el complejo conjugado (*). En [Acoplamiento de Impedancias II](#) se demostrará y se verá en detalle el criterio anterior.

Nota: Pueden existir otros objetivos del acoplamiento de impedancias donde la transferencia de energía no es necesariamente óptima, por ejemplo: reducir reflexiones del sistema B al A –o maximizarlas–, optimizar alguna eficiencia de funcionamiento, costos, tiempos, tamaño, razón señal a ruido, evitar o crear y controlar resonancias, estabilidad, criterios de estética, de robustez, etc.

Ejemplos:

- **Impedancia de salida de micrófonos** (fuente de señal AC) = Impedancia de entrada de un amplificador. **Solución** usual: transformadores.
- **Sistemas ópticos:** interfaz brusca entre dos medios implica cambio de índice de refracción, por tanto la luz es reflejada parcialmente y transmitida en parte. **Solución:** transiciones mediante lentes multi-capas que minimizan la reflexión.
- **Sistemas acústicos:** los cambios bruscos de diámetro de la fuente o del receptor (o de medio agua/metal, etc.) ocasionan reflexión de ondas sonoras. Un cambio gradual permite acoplar impedancias acústicas, por ejemplo en el oído medio. **Solución:** transición gradual, como la forma de instrumentos

musicales de viento (máxima señal sonora de salida), la forma *conicoidal* de toda la oreja y oído (máxima señal de entrada, mínima reflexión o transformación a vibración mecánica).

- **Sistemas de radiocomunicación:** En las ondas electromagnéticas, la transición gradual del emisor al medio y del medio al receptor se mejora (es decir, reduce efectos de impedancia) con el diseño de las antenas. En telefonía celular y en banda ancha (GHz) las antenas de última generación tienen geometría fractal, usualmente el *triángulo* o la *carpeta de Sierpinski*. La forma fractal implemente el efecto de rampa en la escala geométrica, acorde a longitudes de onda en distintas escalas.
- **Sistemas mecánicos:** La energía reflejada ida y vuelta ocasiona efectos de resonancia vibracional. **Solución:** absorción o amortiguamiento de energía reflejada o diseño que la minimiza, absorbe o *desfasa*. A veces se permite oscilar libremente a una estructura, en vez de restringir su movimiento, o se alteran sus modos de oscilación; en un edificio se absorbe mediante un sistema inercial: un péndulo masivo; puede ser el propio depósito de agua instalado hasta arriba, lleno sólo un 80%, por ejemplo.
- **Líneas de transmisión y circuitos de radiofrecuencia:** Para evitar reflexiones de señal e interferencia destructiva/constructiva (atenuación y resonancias), suelen igualarse las impedancia Z_{in} de entrada y la Z_{out} de salida, en particular para las frecuencias de interés.
- En el tema de [Op Amps](#) la configuración de *buffer de ganancia unitaria* tiene muy alta impedancia Z_{in} y muy baja Z_{out} permitiendo compensar salidas conectadas a dispositivos de mediana Z_{in} (más útil en mediciones). Un circuito buffer esencialmente "*pide muy poco* (flujo \mathcal{F} , por ejemplo corriente)", de modo que su impedancia combinada con Z_{out} de un sistema afecta menos a un midiendo tipo \mathcal{E} . Al mismo tiempo "*da (casi) todo lo que se le pide* (flujo \mathcal{F} , por ejemplo corriente)", de modo que su impedancia combinada con Z_{in} de un instrumento de medición es mayor y también perturba menos al midiendo \mathcal{E} . El sistema A "*ve adelante* una Z_{in2} suficientemente grande" (no se le pide demasiada \mathcal{F}) y el instrumento B "*ve atrás* una Z_{out2} suficientemente grande" (le proporciona \mathcal{F} suficiente potencia para medir \mathcal{E} con suficiente exactitud).
- El concepto y dispositivos tipo *buffer* se usan en otras situaciones y disciplinas, con un fin semejante al anterior y otros. En circuitos de alimentación y en circuitos digitales, también se usan *buffers*, para evitar caídas debidas a un bajo *fan-out* (cuando la salida de un circuito puede servir

de entrada a pocos circuitos de la etapa siguiente). Hay buffers en sistemas hidráulicos y en general aquellos que manejan flujos variables, permitiendo obtener efectos semejantes a impedancias ideales "al contener un flujo" cuando es excesivo o sobra, es "ahorrado" (almacenado) y dosificarlo para cuando hace falta (es "solicitado") o cuando ya es posible procesarlo.

- En general, ***discontinuidades en alguna propiedad física de un medio.*** **Solución:** introducir cambios graduales (principio de *rampa*, *cuña* o *plano inclinado*). Por ejemplo, una persona sube tres pisos cargando un peso. La solución clásica: una rampa discreta, llamada *escaleras*, para elevar poco a poco la carga. O un dispositivo de poleas (montacargas o ascensor), o una catapulta: palanca con mecanismo que almacene energía potencial para impulsar el extremo con la carga –y la persona).
- ♣ ***Transmisión de voz a distancia.*** Las ondas sonoras sufren de atenuación inversa al cuadrado de la distancia, por lo que hay una altísima impedancia para poderlas transmitir a grandes distancias, siendo además sensibles a las perturbaciones atmosféricas. **Solución:** se realizan transformaciones a formas de energía para las cuáles la impedancia del aire e inclusive del efecto de dispersión radial, es mucho menor (como ondas acústicas interaccionan mucho con las superficies y entre sí –ecos). Adicionalmente sería posible dirigir la energía en un haz coherente, minimizando la dispersión radial. La 1ª. transformación convierte las vibraciones sonoras en vibraciones de una membrana acoplada a un imán en una inductancia (bobina), generando una señal eléctrica que es amplificada y procesada para su transmisión (amplitud modulada o aún mejor, la frecuencia modulada, que permiten aumentar mucho la razón señal a ruido), convertida a ahora en ondas electromagnéticas (radio) que no requieren de un medio conductor eléctrico. En este punto es posible otra conversión a luz (corrimiento espectral, pues sigue siendo energía EM), para una transmisión mediante fibra óptica, que es de coherencia máxima, eliminando virtualmente la dispersión. Durante el trayecto, se compensa la atenuación mediante amplificadores, especialmente del tipo *buffer*. En cualquier caso, el proceso inverso es simétrico, produciendo al final ondas sonoras casi idénticas a las de la fuente: la voz puede dar la vuelta al mundo o hasta ir de la tierra a mundos a pocos años luz (la degradación crece por la dispersión en fase de frecuencias, en cualquier onda EM). Actualmente se usan otras conversiones: de analógico a digital y viceversa, que es virtualmente inmune al ruido, entre otras ventajas.
- ***Acoplamiento de correspondencias.*** Este es un ejemplo con cierto grado de abstracción. Consideremos ciertas parejas de sistemas donde hay

configuración de estados o de sus características que intervienen en su interconexión e interacciones. Hemos hablado de una entrada y una salida, pero pueden haber muchas (muchos canales) y de diferentes modalidades. La dinámica de ambos sistemas consiste entonces en las respuestas a entradas externas a ambos, e inter-sistema. Esto implica muchas impedancias de entrada y salida posibles. Pero supongamos que algunas de estas conexiones no son directas o explícitas y que el comportamiento de los dos sistemas como uno solo depende de un conjunto de *correspondencias* entre los sistemas; por ejemplo dado un estímulo hay una respuesta y una retroalimentación, o bien, dos valores deben tener cierta relación (uno ser siempre mayor al otro, o siempre igual o siempre cambiar en función del otro). Si tales correspondencias no se cumplen exactamente, es posible que esto produzca efectos de impedancias (tal como las observa un sistema A en uno B y viceversa). El grado de correspondencia, concordancia o sincronía, etc. puede determinar un menor o mayor grado de acoplamiento y de eficiencia en la interacción de ambos sistemas. Esto es importante en modelos de funcionamiento de sistemas complejos y un ejemplo claro son las relaciones humanas, donde se habla de acoplamiento, entendimiento, fricciones, desgaste, productividad, etc. Aún más complejo es el caso de equipos de personas aunque en tal caso haya menos correspondencias y los sistemas sean robustos a un bajo acoplamiento.

- ***Cambios rápidos.*** Hemos visto que, usualmente, la oposición a un cambio disminuye si el cambio es introducido gradualmente (principio mecánico de la rampa). Sin embargo, hay casos en los que la solución a un problema (entrada/salida, causa/efecto) no es aplicar/establecer una transición o cambio gradual (rampa, curva sigmoide) como entrada o estímulo, sino aplicar un cambio brusco o discontinuidad (escalón, impulso, pulso cuadrado): tal es el caso cuando la respuesta es lenta (constante de tiempo grande, filtro pasa bajas) y atenuada, de modo que una frecuencia alta en la entrada es deseable dado si la respuesta correspondiente es de baja magnitud: por ejemplo, arrancar un parche de la piel jalando vellos: es más doloroso "poco a poco" que "de golpe": el jalón (impulso) provoca una respuesta atenuada, en cambio un jalón gradual (baja frecuencia) es alcanzado en magnitud (seguimiento de señal) por la respuesta de sensación de dolor. Nota: muy bajas frecuencias pueden también dar efectos de atenuamiento, así que la respuesta puede ser en general de tipo *pasabanda*; en el ejemplo del parche arrancado deja de ser práctico hacerlo con exagerada lentitud.

Fin§ [**►Indice**](#)

Formas de impedancia

Casos de oposición a flujos o esfuerzos que dan lugar a almacenamiento, absorción, reflexión, transducción, dispersión, difracción o disipación en general, etc. Algunos no son muy precisos. Otros son el efecto contrario (inverso de una oposición).

- **Resistencia** $= \text{Re}(\mathbf{Z}) = \text{función}_R(X_{Cn}, X_{Ln}, R_n)$, [ohms] (Ver nota abajo).
- **Reactancia** $= \text{Im}(\mathbf{Z}) = \text{función}_X(X_{Cn}, X_{Ln}, R_n)$, [ohms].
- **Reactancia capacitiva e inductiva** (capacitancia e inductancia) [ohms].
- **Admitancia** $\mathbf{Y}=1/\mathbf{Z}$ (compleja, depende de frecuencias), [“mho”, “siemens”].
- **Conductancia** $G=1/R$, no depende de ω , conductividad σ [siemens].
- **Susceptancia** $B=\text{Im}(\mathbf{Y})$, [siemens]. $\mathbf{Y} = G + jB$.
- **Fricción.** Resistencia a movimiento relativo entre superficies, capas o interna.
- **Admitancia mecánica** = *movilidad* (inverso de impedancia mecánica).
- **Impedancia acústica** [Newton·s·m⁻⁵]=[Rayls·m⁻²] y en general toda *impedancia vibratoria* u *ondulatoria*.
- **Reluctancia** (magnética; inverso es la *permeancia*) [Amper×vuelta/Weber].
- **Reactancia térmica, capacitancia térmica (o calórica).**
- **Resistencia térmica, resistencia de un fluido o gas** (a transferencia de calor o de electricidad, presión, etc.).
- **Reactancia magnética - inductancia magnética.**
- **Impedancia óptica y en fenómenos ondulatorios** (muy compleja).
- **Immitancia.** Cierta combinación (sin unidades) de impedancia y admitancia.

- **Reflectancia** = *reflectividad* [1] (cociente sin unidades).
- **Inertancia** (reactancia en fluidos, *inercia fluídica*) [$\text{Pascal} \times \text{m}^{-3} \times \text{s}^2$].
- **Inercia** (oposición de un objeto con masa m a cambios en su movimiento). Puede verse como la masa [kg] del objeto o su cantidad de movimiento lineal $m\mathbf{v}$ o angular $I d\theta/dt$, con I el momento (tensor) de inercia del objeto.
- **Transmitancia** (“visible”; de la luz, en función de sus frecuencias).
- **Absorbancia** (o factor de absorción luminosa).
- **Compliancia, flexibilidad** (*compliance*) inverso de *rigidez* (*stiffness*).
- **Elastancia** = **tensión mecánica** (tensor tensión, tensor deformación).
- **Emitancia** (de haz de energía, o térmica).
- **Radiancia/irradiancia, luminancia e iluminancia**.
- **Tranlucencia, transparencia y opacidad** (ópticas).
- **Refringencia** (**refractancia**, por índice de refracción), y la *birrefringencia*.
- **Rigidez** (*stiffness*) = resistencia a la deformación [Newtons/m]. Notar que genera fricción interna, de modo que el material absorbe energía.
- **Rigidez rotacional** (o *de torsión*) [Newtons \times m/radian].
- La fricción generalizada (incluyendo la interna, durante deformaciones del material), el amortiguamiento, la atenuación y la absorción; la energía se transforma y disipa incluyendo **procesos de erosión, desgaste y destrucción** (alteraciones físicas o de otro tipo en el sistema), además de generar calor, cambios químicos, vibraciones, sonido, radiación EM, emisión de partículas (varias escalas), ionización (cuando las partículas son cargas), ondas, etc.
- ♣ **Renuencia**: Desacuerdo (oposición, resistencia) de una persona a una opinión o a realizar algo (inclusive “repugnancia” a hacerlo). A veces se usa “ser *reluctante*”. La **anuencia** sería lo contrario (no oponerse) y hasta el fomentar una acción, opinión, etc. Es notable que este tipo de oposiciones pueden aumentar o disminuir en relación a la rapidez de las variaciones en “la entrada” (o sea

frecuencias), de modo que podrían ser modeladas como impedancias complejas. El **escepticismo** sería la resistencia a aceptar creer en algo.

- ♣ **Procrastinancia y abulia**: en los seres humanos, serían impedancias anímicas, postergación u oposición a tomar o ejecutar una decisión o ejercer la voluntad. La pasividad es la falta de reacción (robustez anormal), o una respuesta débil ante estímulos. Como la *renuencia*, el efecto neto es de postergar o evitar una acción: existe una oposición al *flujo* (actividad) y se requiere de un *esfuerzo* mayor (=voluntad) para vencer tal resistencia.
- ♣ **“Abrumancia”**. En lenguaje coloquial describiría la dificultad de una persona en hacer algo o en concentrarse, por estar abrumada, rebasada o “saturada” por una situación o carga de trabajo, emociones, etc. También, una persona se opone al “flujo de trabajo”, a aprender, o a realizar alguna actividad o acción. La disipación (=pérdida de energía y/o conversiones) comprende: mal humor, agresividad física o verbal, nerviosismo, comer, gritar, llorar... La autosugestión, ejercicios de respiración, y el llamado “encausar energías” reducen la *impedancias de comportamiento*. Ciertos investigadores en ciencias cognitivas y de comportamiento humano hablan de *reactividad emotiva e impedancia lógica*.

Nota: Las respectivas componentes real (resistencias generalizadas) e imaginaria (reactancias generalizadas) de una impedancia son funciones de una, varias o incluso todas las componentes del sistema y no sólo de resistencias (la parte real) o de (por ejemplo) sólo capacitancias e inductancias (parte imaginaria en un circuito eléctrico RLC). Se puede tener por ejemplo, en un circuito electrónico:

$$\mathbf{Z} = \frac{R_1}{\sqrt{(\omega_1 C_1)^{-2}/R_2^2 + (\omega_2/(L_1 + L_2 R_1/R_2))^2}} + \frac{j\omega(L_1 \omega_1 R_1/(\omega_2 R_2))}{\sqrt{(\omega_1 C_1)^{-2} + \omega(L_1 + L_2 R_1/R_2)^2}}$$

donde hay constantes que dependen de diferentes elementos, parámetros (arriba, ciertas frecuencias críticas, como las de corte o de resonancia, etc.) y también dependen del tipo de sistema dinámico. La frecuencia variable ω está en negrilla y aparece sólo en la parte imaginaria (=reactancia). En un sistema **mixto o acoplado** habrán combinaciones de toda clase de elementos; se podrían ver términos donde aparecen juntas capacitancias con masas, contantes de Hook, inductancias, coeficientes de absorción, amortiguamiento o fricción, posición, índices de difracción, resistencias, módulo de Young, etc.

Fin§ [**►Indice**](#)

Tabla I. Variables \mathcal{F} , \mathcal{E} ~Equivalentes en Sistemas Diferentes

Tipo de Sistema	Variable de Flujo \mathcal{F} o axial	Variable de Esfuerzo \mathcal{E} o transversal	Impedancias generalizadas		
			Resistencia	Inductancia	Compliance o buffer
Mecánico Lineal o Translacional	X : Posición dx/dt : Velocidad d^2x/dt^2 : Aceleración	F Fuerza	B Amortiguamiento	M Masa	K Resorte
Mecánico Rotacional	θ : Angulo $d\theta/dt$: Velocidad angular $d^2\theta/dt^2$: Aceleración	τ Torca	β Amortiguamiento rotacional	\mathcal{J} Momento de inercia	κ Resorte de torsión
Eléctrico	$I = dq/dt$: Corriente	v Voltaje	R Resistencia	L Inductancia	C Capacitancia
Térmico	Q_h : Taza de flujo de calor (<i>heat</i>)	T Temperatura	R_h Conducción y convección	–	C Objetos, medios
Hidráulico Fluidos	Q_m : Taza de flujo de masa líquida Q_v : Taza de flujo de volumen	P Presión h Altura	R_ϕ Válvula u orificio	M Masa líquida I Inertancia (<i>inercia fluida</i>)	C Tanque, depósito

Interpretación de conceptos comunes:

Variable de flujo: una sustancia/cantidad se mueve (fluye) a través del sistema (o de un sistema A hacia otro B). Puede generar un potencial. También: ciertos cambios cuantitativos en una variable.

Variable de esfuerzo (o potencial): provoca un movimiento, cambio cuantitativo o flujo; pone en acción al sistema.

Compliance: almacena energía potencial (quizás recuperable como cinética).

Inductancia: almacena energía en forma cinética (quizás recuperable como potencial) en sistemas mecánicos. **Ejercicio:** ¿cuál es el equivalente de "energía cinética" en el dominio eléctrico?

Resistencia: impide o reduce un flujo y disminuye la magnitud de un esfuerzo; disipa o utiliza/consume energía (siempre irre recuperable). La disipación puede ser calor, deformaciones permanentes, erosión, emisión EM, ruido acústico, vibraciones, fragmentación, etc. Una resistencia térmica reduce la *conducción calorífica* (inverso).

Compliance es un término proveniente de sistemas mecánicos que intenta generalizar el concepto de capacitancia (estrictamente la cantidad medida) y capacitor (elemento o depósito o *buffer* de cargas eléctricas), pero muchos autores usan *capacitancia generalizada*, tomando más bien como referencia a los sistemas eléctricos. Notar que en realidad corresponde a una forma de *admitancia*.

Nota: Las correspondencias y analogías son hoy día un tema abierto; las equivalencias clásicas son solamente aproximadas y a veces no hay un acuerdo establecido en las correspondencias uno a uno. Es posible a veces considerar una fuerza mecánica *transmitida* como un flujo y la velocidad como un esfuerzo (por ello la preferencia en inglés a usar los términos *across* y *through* en vez de *effort* y *flow*). En un flujo mecánico a lo que se transfiere es comúnmente *cantidad de movimiento* (lineal o angular), no la velocidad en abstracto, ni la pura masa. En un mismo dominio hay ciertas opciones; por ejemplo en electrónica la carga q puede ser relativamente equivalente a la posición de un punto en una dimensión, pero en tal caso el cambio dq/dt que es la corriente, equivaldría sólo a la velocidad dx/dt en 1D, pero esta también podría ser otro equivalente de q . En el dominio térmico, no hay aparentemente el equivalente a una inductancia y la *capacidad calorífica* (o *capacitancia calorífica*) la poseen todos los objetos susceptibles de poseer temperatura e intercambiar calor.

Nota: así como no hay resortes ideales sin masa ni fricción interna, ni masas infinitamente rígidas, tampoco hay capacitores o inductancias puros y en la realidad tienen una componente de resistencia intrínseca (y quizás de la otra reactancia); La idealización o modelo ideal simplifica el análisis y los cálculos, pero en situaciones donde se requiere gran precisión, los modelos toman en cuenta las componentes resistivas (o sea disipativas) de los elementos que "almacenan energía" y viceversa.

Fin§ [►Índice](#)

Tabla II. Elementos que almacenan, portan o disipan energía

Elemento	Energía almacenada (potencial)	Variable Física
Capacitor C (cargas)	$\frac{Cv^2}{2}$	Voltaje v
Inductor L	$\frac{Li^2}{2}$	Corriente i
Masa (inercial) m	$\frac{mV^2}{2}$	Velocidad de traslación v
Masa (gravitacional) m	mgh $-G \frac{m_1 m_2}{d_{12}}$	Altura relativa h Atracción entre masas d_{12} : separación entre m_1, m_2
Momento de Inercia J	$\frac{J\omega^2}{2}$	Velocidad de rotación (angular) ω
Resorte K	$\frac{Kx^2}{2}$	Desplazamiento x
Compresibilidad de un fluido V/K_B	$\frac{VP_L^2}{2K_B}$	Presión P_L
Capacitor fluídico $C_f = \rho A$	$\frac{\sigma A h^2}{2}$	Altura columna h
Capacitor térmico C_T	$\frac{C_T T^2}{2}$	Temperatura T
Carga $\pm q$	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d_{12}}$	Atracción/repulsión entre cargas d_{12} : separación entre q_1, q_2
<p>Sistemas: eléctricos, mecánicos, hidráulicos, magnéticos, acústicos, vibracionales, térmicos, deformables, ópticos, gravitacionales, cuánticos, de interacción molecular, bioquímicos, redes estructuradas, campos aleatorios (cristales de spin), sistemas de difusión, sistemas acoplados; mixtos: electromecánicos, optoelectrónicos, mecánico-inductivos, piezorresistivos, termoplásticos, electro-químicos, foto-acústicos, etc., etc.</p>		

Tabla III. Variables de Esfuerzo, de Flujo e Impedancias

Variables de esfuerzo (ver E asociada)	Variables de flujo derivada t de una cantidad física: $q, x, m^\dagger \Sigma, \theta, etc.$	Elementos que constituyen impedancias
Voltaje (fem) v	Corriente i	R, C, L (reactancias)
Fuerza F	Velocidad v	m, K, B (amort.)
Velocidad ^{††} V	Fuerza F	m, K^{-1}, B^{-1}
Presión P	Flujo φ	M, τ, C_f
Torca τ	Velocidad angular ω	J, K_θ, μ_θ
Temperatura T	Cantidad de calor Q	C_T, R_T
Intens. Campo Magnético B	Flujo magnético Φ	L , reluctancia \mathfrak{R}
fem, T , intensidad E	Flujo luminoso \mathcal{L}	η, t_x , opacidad
Potencial Químico μ	Taza de flujo molar n	Varios [Moles]

[†]“Masa” generalizada ("lo que fluye"): centro de masa, (número de) partículas, ondas, luz, o masa de fluido (masa = ρv) que pasa por unidad de área a velocidad v ; posición, velocidad, cantidad de movimiento, radiación, fonones (cuasi-partículas caracterizadas por cuantización de modos de vibración en redes cristalinas), fractones (fonones en sustratos fractales), solitones, plasma, cantidad de información (bits), número de configuraciones equiprobables, cantidad de estados, número de Euler, cantidad de transiciones topológicas, etc. Cuando ciertas fuerzas son transmitidas, su tránsito a través de algo (through) las convierte en variables de flujo.

^{††} Hay dos enfoques alternativos en los sistemas mecánicos. Las ecuaciones son las mismas, aunque dispuestas de forma distinta y cambia la interpretación, respecto al equivalente o analogía en circuitos eléctricos. Algo semejante puede ocurrir con otros sistemas.

Nota: ver relaciones respectivas a índice de refracción, de reflexión-transmisión, absorción-emisión, polaridad, etc. Puede haber muy diversos elementos que producen **Z** y almacenan, portan, absorben, consumen, convierten, transfieren, dispersan o disipan energía e información.

Tabla IV. Potencia e Impedancias en (algunos) Sistemas Análogos

Tipo de Sistema	Variable de Flujo \mathcal{F}	Variable de Esfuerzo \mathcal{E}	Potencia	Ecuaciones de \mathcal{E} , \mathcal{F} en términos de		
				Resistencia	Inductancia	Capacitancia
Eléctrico	Corriente i	Voltaje v	vi	$v= Ri$	$v=L \frac{di}{dt}$	$i=C \frac{dv}{dt}$
Mecánico Lineal	Fuerza F	Velocidad v	VF	$V=F/B$	$V=\frac{1}{K} \frac{dF}{dt}$	$F=M \frac{dV}{dt}$
Mecánico Rotacional	Torca τ	Velocidad angular ω	$\omega\tau$	$\omega=\tau/\beta$	$\omega=\frac{1}{\kappa} \frac{d\tau}{dt}$	$\tau=\mathcal{J} \frac{d\omega}{dt}$
Hidráulico Fluidos	Q_v : Taza de flujo de volumen	Presión P	PQ_v	$P=R_\phi Q_v$	$P=I_\Phi \frac{dQ_v}{dt}$ <i>Inertancia (inercia fluida)</i>	$Q_v=C_\Phi \frac{dP}{dt}$
Térmico	Q_h :Taza de flujo de calor	Temperatura T	Q_h^*	$T=R_h Q_h$	—	$Q_h=C_T \frac{dT}{dt}$

*En sistemas térmicos el producto de T y Q_h no es una potencia. No existe “inductancia térmica” (en función de una posible definición, resulta ser 0 o infinita).

Notar la asignación alternativa de variables de esfuerzo/flujo en sistemas mecánicos, etc.

Ejemplos:

Impedancia mecánica: Si \mathbf{F} es un vector de fuerza aplicada a un punto y \mathbf{v} el vector de velocidad en ese punto (vectores columna), entonces \mathbf{Z} es la *matriz de impedancia* en la expresión: $\mathbf{F}(\omega) = \mathbf{Z}(\omega)\mathbf{v}(\omega)$. Las componentes de \mathbf{Z} incluyen masa m (se opone a cambios en su estado de reposo o movimiento), amortiguamiento B (en un medio viscoso, por ejemplo) y rigidez (*stiffness*, la oposición a la deformación) K . Notar que estrictamente sería más correcto escribir \mathbf{F} como función del tiempo, o por lo menos en la forma $\mathbf{F}(\omega t)$; la notación $\mathbf{F}(\omega)$ se usa para hacer énfasis en la dependencia de la frecuencia.

Otro ejemplo es un cable tendido (o una cuerda en un instrumento musical) con una tensión F y un peso por unidad de longitud w ; la velocidad de una onda \mathcal{W} que viaja por el cable es $c = \sqrt{F/w}$; entonces la impedancia es $Z_{\mathcal{W}} = F/c = \sqrt{Fw}$.

Muchos autores consideran en sistemas mecánicos al menos tres variables de flujo asociadas a la de esfuerzo $\mathbf{F}(t)$: posición $\mathbf{x}(t)$, velocidad $\mathbf{v}(t)=d\mathbf{x}/dt$ y aceleración $\mathbf{a}(t)=d^2\mathbf{x}/dt^2$. De este modo la impedancia queda repartida en un sistema de 2o. orden que considera las 3 componentes de fuerza relacionadas con cada flujo (la masa está en el amortiguador y conectada al resorte):

$$\mathbf{F}(t) = \underbrace{K \mathbf{x}(t)}_{\substack{\text{rigidez} \\ \text{resorte o} \\ \text{medio elástico}}} + \underbrace{B \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt}}_{\substack{\text{amortiguador} \\ \text{o medio viscoso}}} + \underbrace{M \frac{d^2\mathbf{x}(t)}{dt^2}}_{\text{masa acelerada}} \quad (5)$$

Ejercicio: Tras repasar las impedancias \mathbf{Z} en circuitos eléctricos con componentes R , L y C , identifique en la ecuación (5) cada impedancia. Considere en la ecuación (5), ¿hay alguna forma de escribir, para las variables \mathbf{F} , $d^k\mathbf{x}/dt^k$, con $k=0, 1, 2$, ecuaciones como la (1) y la (2), relacionando esfuerzos, flujos e impedancias, sea complejos, vectoriales o matriciales?

Impedancia mecánica angular: Si τ es una torca aplicada a un punto que rota alrededor de un centro a cierta distancia (en una rueda o palanca) y ω_θ la velocidad angular de ese punto, entonces la *impedancia angular* es: $Z_\theta = \tau/\omega_\theta$. El equivalente angular a la masa lineal es el momento angular J , el amortiguamiento angular y la rigidez angular.

Impedancia acústica: Si P es presión del aire o en un medio de propagación del sonido, v la velocidad del sonido en ese medio y S

una superficie imaginaria de paso (vS es *velocidad volumétrica*), la impedancia acústica es: $Z = P / (vS)$.

Los ejemplos de *impedancias ópticas* son complejos, poco generales y relativamente recientes (ca 2004); en general dependen de índices de refracción, matrices de dispersión, la configuración geométrica de diversos elementos y de fenómenos óptico-ondulatorios.

Tarea: Busque formulaciones y formalismos de otras formas de impedancia.

♣**Nota:** La definición de fuerza en términos de masa y aceleración no es la versión más general, sino una consecuencia de asumir una masa constante. La definición más general es en términos de la cantidad de movimiento, de modo que si la masa cambia con el tiempo la fuerza es:

$$\mathbf{F} = \frac{d \overset{\text{momentum}}{(m\mathbf{v})}}{dt} = \frac{d(m(t)\mathbf{v}(t))}{dt} = m \overset{\text{aceleración}}{\frac{d\mathbf{v}(t)}{dt}} + \mathbf{v} \overset{\text{cambio de masa}}{\frac{dm(t)}{dt}} \quad (6)$$

es la ecuación aplicada para modelar la propulsión a reacción, donde la masa total del sistema va disminuyendo al ser expulsada. Notar que en términos de impedancia hay dos términos y el cambio dm/dt (rara vez positivo) guarda semejanzas con la corriente dq/dt .

Fin§ [►Indice](#)

♣ Tabla I-bis. Circuitos Análogos (analogías en acción física)

Contrapartes de Elementos (<i>por completar</i>)						
Eléctricos	Mecánicos I* Traslación “fuerza-corriente”	Mecánicos II Traslación “fuerza-voltaje”	Mecánicos Rotacionales	Hidráulicos	Térmicos	Magnéticos
Carga q	Posición x	Posición x	Angulo θ	cantidad de agua	calor Q	
Campo eléctrico E						Campo magnético H
Voltaje v, e (diferencia de potencial) fuerza electromotriz emf	Velocidad de traslación $v=dx/dt$ $v = F/B$ $v = 1/K dF/dt$	Fuerza $F = vB$ $F = mdv/dt$	Torsión/torca	Diferencia de presión	Temperatura	Fuerza magnetomotriz mmf \mathcal{F}
Corriente i	Fuerza $F = mdv/dt$	Velocidad de traslación $v=dx/dt$ $v = 1/M \int F dt$	Velocidad angular ω	Tasa de flujo (de entrada) q_m (volumétrico)	Tasa de flujo térmico dQ/dt	Flujo magnético ϕ
Densidad de corriente J				velocidad (densidad de flujo)	flujo calórico	Campo magnético B (teslas)
Potencia $= vi$	Potencia $= v F$	Potencia $= F v$				
Voltaje en Capacitor v_c				Altura h		
Capacitancia C	Masa (inercial) m	Compliancia $1/K$	Momento de Inercia J	Area de tanque A	Capacitancia térmica CS Masa m	
Inductancia ⁻¹ $1/L$	Coefficiente de Rigidez (Cook) K	Coefficiente de Rigidez (Cook) K	Coefficiente de Rigidez (Cook) K	rueda con palas		
Inductancia L	Compliancia $1/K$	Masa (inercial) m		... por completar ...		
Resistencia R	Lubricidad $1/B$ (fricción inversa)	fricción B		Resistencia al flujo R (constricción)		Reluctancia \mathfrak{R}
Conductancia $1/R$ conductividad eléctrica σ	Coefficiente de amortiguamiento B		Coefficiente de Amortiguamiento torsional B	Conductividad térmica	Conductancia Térmica K	Permeatividad μ
Transformador	Palanca	Palanca			Calor específico	
$\sum_{\text{lazo}} \text{voltajes} = 0$	$\sum_{\text{lazo}} \text{velocs.} = 0$ **	$\sum_{\text{objeto}} \text{fuerzas} = 0$				
$\sum_{\text{nodos}} \text{corrientes} = 0$	$\sum_{\text{objeto}} \text{fuerzas} = 0$	$\sum_{\text{lazo}} \text{velocs.} = 0$ **	$\sum_{\text{objeto}} \text{torcas} = 0$			

* En general, la posición o desplazamiento, la velocidad, la aceleración y la fuerza son vectores en 3D: \mathbf{x} , \mathbf{v} , \mathbf{a} , \mathbf{F} y la rigidez y tensión son matrices y más en general, tensores.
 ** En la práctica esta forma de análisis de circuitos no es muy usada.

visitar también <http://holbert.faculty.asu.edu/analogy.html>

***Impedancias mecánicas:** $Z = \frac{K}{j\omega}$ $Z = j\omega m$ $Z = B = F/v$ (real)

En general, una impedancia mecánica es el inverso de la *admitancia mecánica* o “movilidad”
 Relación entre vectores de fuerza y velocidad (funciones de t ; por tanto hay frecuencias ω):

$\mathbf{F} = \mathbf{Z} \mathbf{v}$, con \mathbf{Z} la “matriz de impedancia”

Fin§ ► [Indice](#)

Formas de disipación y almacenamiento de energía debido a diversas impedancias (oposición a un flujo):

- *Vibraciones y ondas mecánicas, acústicas y ultrasónicas, vibración angular.*
- *Calor (conversión, disipación térmica, absorción).*
- *Emisión de luz, emisión electromagnética (campo EM), radiofrecuencia.*
- *Absorción de energía (conversión interna, cambios cualitativos).*
- *Ruido electromagnético – potenciales estáticos y reflexiones en línea de Tx.*
- *Materia eyectada o cayendo (agua en un torrente, avalanchas, chispas, gas, polvo, etc.). La materia reflejada (rebote) interacciona con el flujo, crea turbulencia y resta energía al flujo (ver ejemplo de cascada de agua).*
- *Erosión, desgaste de piezas, fragmentación, deformaciones o destrucción.*
- *Turbulencia en un flujo; que a su vez termina disipando calor, ondas mecánicas, acústicas, electromagnéticas, etc.*
- *Cambios físico-químicos y bioquímicos (batería o celda que almacena energía, degradación de compuestos).*
- *Producción de campos EM (en bobinas) o concentración de cargas eléctricas (capacitores; reactancia capacitiva).*
- *Energía potencial, cinética y angular: objetos en movimiento, oscilando (varios modos), rotando, en posición energética, respecto a un potencial (gravitacional, electrostático, químico, etc.).*
- *Efectos de interfaces: reflexión, refracción, dispersión, birrefringencia, difracción (fenómeno ondulatorio).*
- *Emisión de electrones por efecto fotoeléctrico, radiación ionizante, aceleración y frenado por vibraciones o golpes (entradas escalón), etc.*
- *Cambios en magnetización, fenómenos de histéresis, “pérdida de memoria”, configuraciones de spin, cristalización.*
- *Entropía: pérdida de orden, cambios en configuraciones, transiciones a estados de menor energía, transformación o pérdida de información.*

Cuando hay vibraciones, aceleración o cualquier otro estímulo con cierta gama de frecuencias (o características oscilatorias), puede haber resonancias o reverberaciones, al coincidir con alguna de las *frecuencias naturales* del sistema (modos de oscilación o vibración). Si la señal es retroalimentada positivamente, tendrá, al invertir la polaridad, la misma fase que la entrada, y la resonancia puede presentarse sin que exista más limitación que la saturación, o los límites de resistencia física del sistema. Electrones acelerados o frenados calientan el conductor por fricción y resistencia, pero también emiten radiación EM, por tanto, aparecen componentes imaginarias de inductancia (=reactancia) y fluctuaciones inducidas en las señales (= ruido).

Fin§ [►Indice](#)

Acoplamiento de Impedancias II

Teorema de Máxima Potencia (o también “Ley de Jacobi”)

El teorema de máxima transferencia de potencia dice que, *en un circuito DC, para obtener la máxima potencia externa de una fuente (generador) con resistencia interna finita R_{src} (o a veces denotada como R_G), la resistencia de la carga R_{load} debe ser igual a la de la fuente:*

$$R_{load} = R_{src} \quad (7)$$

El resultado es *máxima potencia* como energía transferida por segundo a la carga, pero *no de máxima eficiencia*. Si $R_{load} > R_{src}$ la eficiencia aumenta, pues un porcentaje mayor de la potencia de la fuente es transferida, pero la de la carga es menor pues la R total del circuito aumenta. Ejemplos de sistemas con una resistencia de carga R_{load} son un calefactor eléctrico, una plancha, un horno eléctrico, etc.

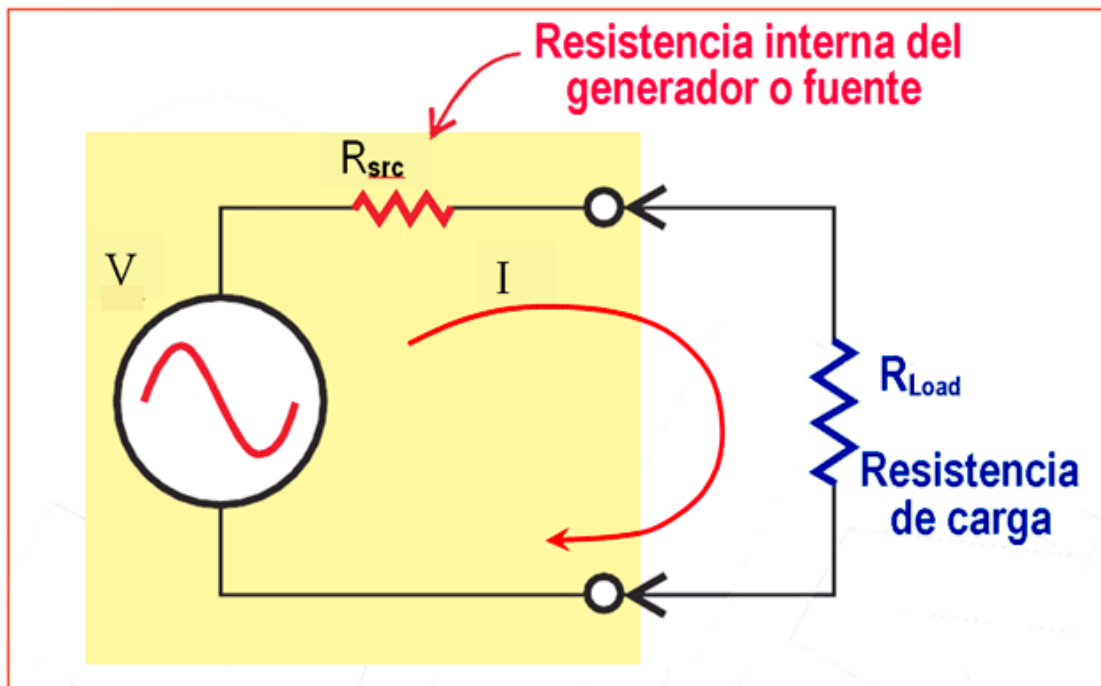


Figura 4. En amarillo, una fuente o generador cargando (en inglés *driving*) a una resistencia de carga R_L o R_{load} y a su propia resistencia interna R_{src} , (o resistencia de la *fente*, o *generador*). En vez de R_{load} , puede ser la impedancia de entrada Z_{in} de otro dispositivo conectado a la salida del generador.

En un circuito AC, el teorema es generalizado a impedancia compleja (incluye las reactancias):

$$\mathbf{Z}_{load} = \mathbf{Z}_{src}^* \quad (8)$$

Demostración (impedancias puramente resistivas (reactancias = 0)):

Suponemos que R_{src} es fija (ver Nota). La corriente en el circuito es:

$$I = \frac{V}{R_{src} + R_{load}} \quad (9)$$

La potencia disipada P_{load} en la resistencia de carga R_{load} es IV_{load} , o sea que, como $V_{load} = IR_{load}$ tenemos:

$$P_{load} = I^2 R_{load} = \left(\frac{V}{R_{src} + R_{load}} \right)^2 R_{load} = \frac{V^2}{R_{src}^2 / R_{load} + 2R_{src} + R_{load}} \quad (10)$$

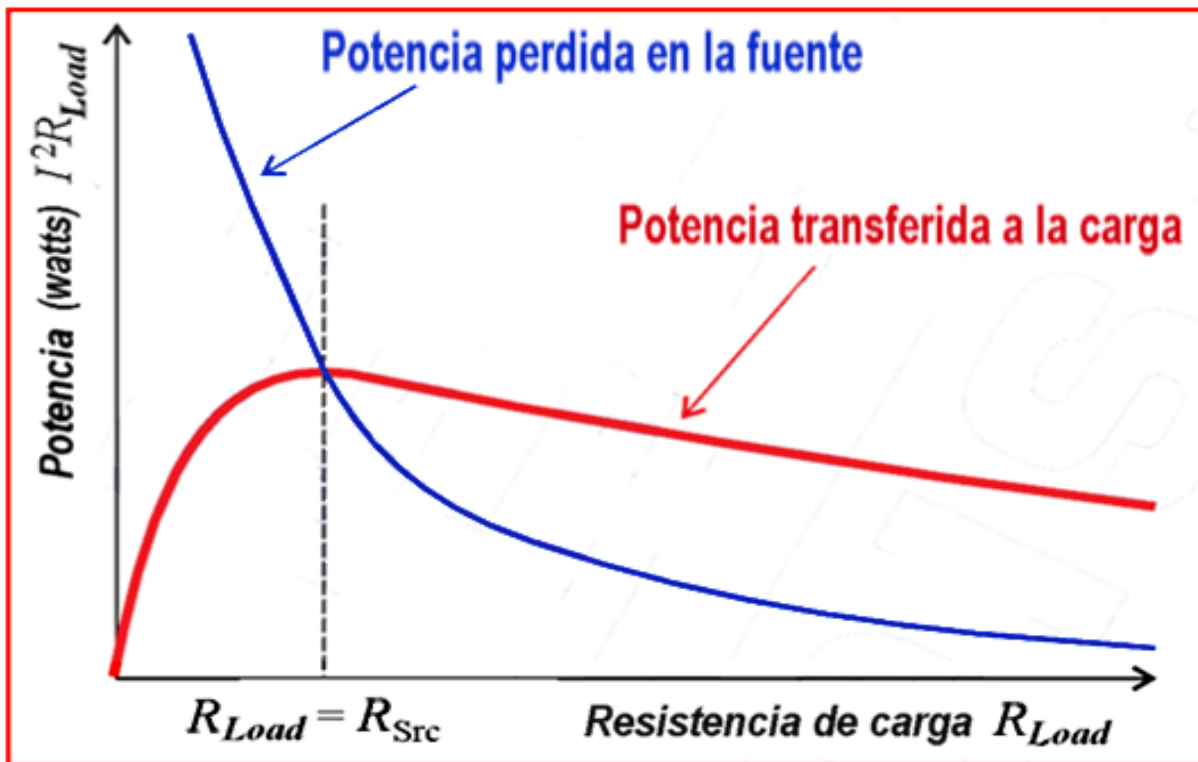


Figura 5. Potencia alimentada a una carga en función de la resistencia de carga R_{load} (curva roja, ecuación (10)), y la potencia desperdiciada (curva azul) en la resistencia interna R_{src} del generador o fuente.

El valor de R_{load} para el cual la expresión es un máximo se calcula derivando, pero es más fácil calcular el valor de R_{load} para el cual el denominador de (10), o sea

$$R_{src}^2 / R_{load} + 2R_{src} + R_{load} \quad (11)$$

es un mínimo. Derivando solamente el denominador respecto a R_{load} :

$$\frac{d}{dR_{load}} \left(R_{src}^2 / R_{load} + 2R_{src} + R_{load} \right) = -R_{src}^2 / R_{load}^2 + 1 \quad (12)$$

Para máximo o mínimo, obtenemos: $R_{src}^2 / R_{load}^2 = 1$, o sea que:

$$R_{load} = \pm R_{src} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial v^2} . \quad (13)$$

En los circuitos resistivos prácticos, ambas resistencias son positivas, de modo que obtenemos $R_{load} = R_{src}$. Verificamos si es un mínimo o máximo observando el signo de la segunda derivada:

$$\frac{d^2}{dR_{load}^2} \left(R_{src}^2 / R_{load} + 2R_{src} + R_{load} \right) = 2R_{src}^2 / R_{load}^3 , \quad (14)$$

que resulta ser positiva siempre, para valores positivos de R_{src} y R_{load} , por lo que el denominador anterior es un mínimo si $R_{load} = R_{src}$, de modo que la potencia P_{load} es máxima. Esto implica que la potencia entregada a la carga es igual a la potencia disipada por la resistencia interna de la fuente. Si esta produce una potencia total P_{Total} , la mitad se pierde en disipación a través de R_{src} .

Hemos supuesto que solamente se puede cambiar R_{load} (ver al principio), lo cual es lo más común, pero si se puede ajustar R_{src} , para casi cualquier carga dada R_{load} , una resistencia del generador o fuente R_{src} igual a cero permitiría una transferencia máxima de potencia a la carga. Sin embargo, vimos que usualmente R_{src} no puede ser cero, además recordemos que es una resistencia implícita, y parte intrínseca de la fuente, mientras que R_{load} es grande. De (10) vemos que la potencia es pequeña si R_{load} lo es.

Es notable que una máxima transferencia de potencia en el circuito anterior *no resulta en una eficiencia máxima*. Si definimos la eficiencia η como la tasa de potencia disipada por la carga respecto a la potencia consumida por fuente y carga, como las corrientes son iguales, obtenemos:

$$\eta = \frac{R_{load}}{R_{load} + R_{src}} = \left(1 + \frac{R_{src}}{R_{load}} \right)^{-1}. \quad (15)$$

Es fácil ver que la máxima eficiencia es $\eta=1$, y corresponde a $R_{load}=\infty$, o $R_{src}=0$, que no corresponden a máxima transferencia de potencia, como tampoco cuando se hace $\eta=0$ ($R_{load}=0$, toda la potencia se consume en la propia fuente y no hay transferencias) mientras que $\eta=0.5$ corresponde a $R_{load}=R_{src}$. En circuitos no ideales la eficiencia es siempre menor a 1.0.

♣ En general, se puede tener la necesidad de optimizar la transferencia de potencia (minimizar para poder medir, o maximizar, para que la carga reciba la mayor posible), o bien, se puede necesitar la optimización de eficiencia o de otro parámetro; a veces es alguna de las impedancias mismas, alguna variable de esfuerzo o de flujo, de acuerdo a conversiones de energía (mismo tipo o tipo distinto). Con mucha frecuencia, sobretodo en transductores, una o varias componentes cambian o su valor cambia de acuerdo a un mesurando u otras condiciones y la optimización puede ser en términos de esas componentes (un valor máximo de cierta impedancia para algún fin).

♣ El acoplamiento de impedancias es en general el problema de hallar aquellas condiciones que deben satisfacer las impedancias de salida, de fuente (*src*, o *de generador*, o *interna*) de entrada o de carga (*Load*) para optimizar algún criterio o características del sistema y de sus parámetros: mínima o máxima oposición a un flujo, perturbar lo menos posible un mesurando, maximizar transferencia de potencia, minimizar conversiones a formas no deseadas de energía, minimizar el ruido, evitar resonancias, que una componente tenga un valor que balance (iguale o supere, etc.) el de otra componente, seguir con máxima fidelidad una señal de control variable, etc., y los acoplamientos de impedancias, su entendimiento y manipulación constituye es un problema muy importante en instrumentación, análisis de sistemas e ingeniería, en general.

Fin§ [**►Indice**](#)

♣ Transferencia de Potencia AC.

Para la potencia AC (potencia “reactiva”), \mathbf{I} , \mathbf{Z}_{src} , \mathbf{Z}_{Load} , \mathbf{V} son variables complejas, con reactancias netas X_{src} y X_{Load} , y se toma la potencia en términos del valor *RMS* de la corriente; para voltajes y corrientes sinusoidales, y una impedancia puramente resistiva la relación

$$P_{Load} = I_{RMS}^2 |\mathbf{Z}_{Load}| = \frac{1}{2} |\mathbf{I}|^2 |\mathbf{Z}_{Load}| \quad (16)$$

se simplifica, dando lugar a:

$$P_{Load} = I_{RMS}^2 R_{Load} = \frac{1}{2} |\mathbf{I}|^2 R_{Load} . \quad (17)$$

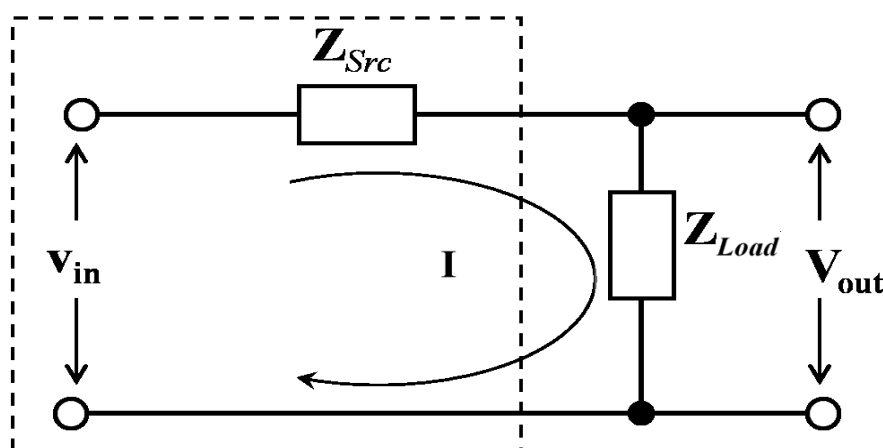


Figura 6. Caso general de fuente y carga con impedancias complejas. En amplificadores de audio, sistemas Hi-Fi y otros, la impedancia de entrada (=la de carga) \mathbf{Z}_{Load} tiene una magnitud mucho mayor que la impedancia de salida (=la interna) \mathbf{Z}_{src} , del dispositivo fuente conectado.

► **Tarea.** Para acoplar impedancias \mathbf{Z}_{Load} (carga o \mathbf{Z}_{in}) y \mathbf{Z}_{src} (fuente, interna o \mathbf{Z}_{out}), como en la figura 6, demostrar que, en general, se obtienen dos condiciones, con X_{src} y X_{Load} las componentes imaginarias (AC) de cada impedancia compleja:

$$\begin{cases} R_{load} = R_{src} \\ X_{load} = -X_{src} \end{cases} \quad \text{o sea: } \mathbf{Z}_{load} = \mathbf{Z}_{src}^* \quad (18)$$

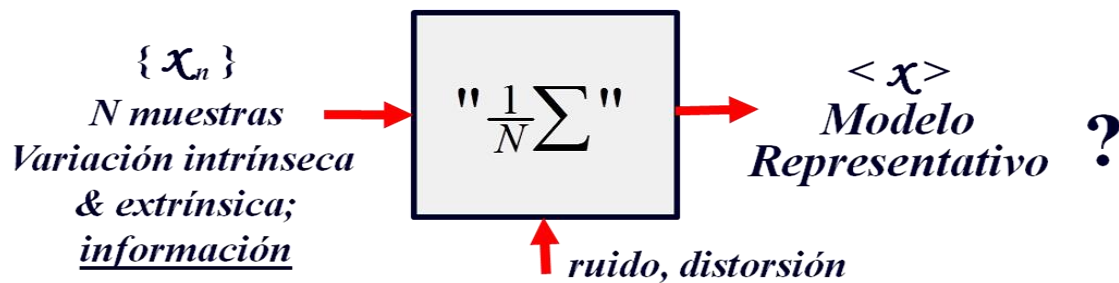
Esta relación también se conoce como *acoplamiento conjugado* en circuitos *reactivos* (reactancia distinta a cero),

Fin§ [►Indice](#)

Otras recomendaciones y estrategias para acoplar y manipular impedancias

- **Principio de acoplamiento básico:** *efecto de rampa, o de cuña*; establecer cambios graduales (diseño de interfaz que acopla dos medios diferentes) y gradientes; detectar pérdidas por reflexión, refracción en el medio, absorción, etc. En otros casos, es el *principio o efecto de palanca*, transformando un esfuerzo A en otro B a través de la relación de palanca $\text{esfuerzo}_A \cdot \text{flujo}_A = \text{esfuerzo}_B \cdot \text{flujo}_B$. En la palanca, la distancia (largo del brazo) es proporcional al arco subtendido por la palanca; ¡este es un flujo!
- El principio mecánico de la rampa no sólo aplica en efectuar un esfuerzo en forma gradual, alternativamente también funciona establecer un *flujo gradual*: se desea elevar un peso grande (una roca) 3 metros y no hay escalones ni medios para construir la rampa que suba poco a poco el peso; sin embargo tal vez es posible fraccionar el peso (pequeñas piedras) y lanzar una a una 3 metros (mediante una catapulta simple: el principio de la palanca). La lección es aprender a aplicar y generalizar principios mecánicos simples a otros dominios no-mecánicos.
- Recordar que hay ocasiones en que un cambio gradual no es lo apropiado para minimizar algún efecto (respuesta), sino un cambio brusco o súbito (aplicar entradas con forma funcional de *escalón, impulso o puerta*).
- Buscar que un sensor sólo responda a energía característica del mesurando de interés. Por extensión, misma especificidad en transductores y actuadores.
- Detectar y minimizar fenómenos de disipación: conversiones de energía de componentes de un flujo a formas de energía distinta (y pérdidas del flujo) –algunas se reintegran al sistema, perturbándolo, causando ruido o creando impedancias o retroalimentación positiva, que puede aumentar impedancias.
- Dado que la impedancia depende de la banda de frecuencias de la señal, un *corrimiento en frecuencia* (sea hacia las más altas o hacia las más bajas), disminuye las componentes imaginarias (reactancia en electrónica, o equivalentes en otros dominios de flujo/energía). Igualmente es posible que por ejemplo el ruido insignificante en una banda de frecuencias, por lo que conviene desplazar el espectro de la señal a tal banda, mediante *frecuencia modulada*.
- *Fusión* de canales e interfaces con diferentes interfaces; aplicar por ejemplo la relación de impedancias en paralelo $\mathbf{Z}_{||} = (\sum \mathbf{Z}_n^{-1})^{-1}$, donde la combinación $\mathbf{Z}_{||}$ es menor en magnitud a las magnitudes de las componentes individuales.
- Alternar, agregar o combinar canales diferentes.

- Cambiar la naturaleza del flujo (otra potencia a transferir).
- Cambiar la naturaleza del canal, que puede consistir de un medio ineficiente para la transmisión de energía (y por tanto información); por ejemplo el aire dispersa un sonido en forma radial, disminuyendo la potencia transferida en proporción inversa al cuadrado de la distancia. Cambiando de medio, un conductor de vibraciones acústicas como vibraciones mecánicas, se *canaliza* el flujo como *energía dirigida*, cambia la *geometría de la disipación*, y la dispersión es menor (las vibraciones se atenúan pero en forma proporcional a la distancia -y la constante de atenuación es menor que en el aire).
- Cambiar espectro de frecuencia en reactancias participantes (o cambiar elementos reales e imaginarios en alguna componente de reactancia).



Siempre hay impedancias de entrada y salida

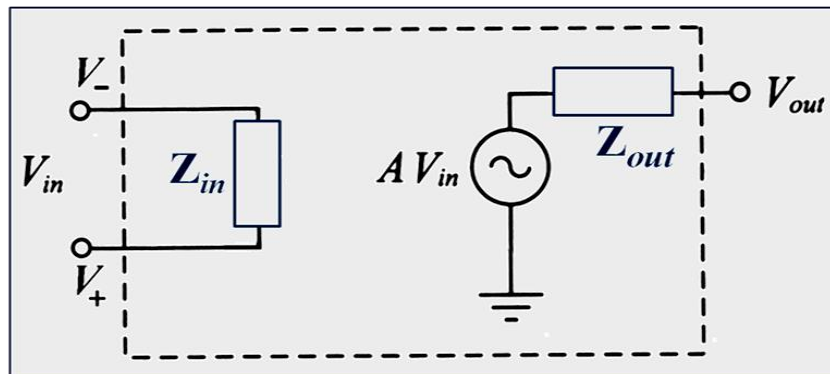


Figura 7. Hay casos de modelado, algoritmos o procesamiento de datos que presentan problemas; un ejemplo es extraer modelos representativos de muestras complejas (imágenes, objetos, etc.). Algunos de los problemas se podrían entender y abordar mejor si el proceso es entendido como un sistema sujeto a impedancias de entrada y de salida finitas. La potencia transferida puede entenderse en términos de entropía, o sea de cierta información de interés. Los datos a su vez proceden de fuentes o pre-procesamiento con otras impedancias, por lo que tiene sentido un *acoplamiento de impedancias* entre procesos, metodologías y hasta algoritmos.

Fin§ [►Índice](#)